



## DAİRESEL KESİTLİ BORULARDA TÜRBÜLANSLI AKIŞIN SAYISAL HESAPLANMASI

Tahir Karasu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir

### ABSTRACT

This original research work presents the results of an extensive study of numerical computation of steady, incompressible and axisymmetric developing turbulent flow in circular-sectioned pipes at two different Reynolds numbers. Employing the finite-volume method, a computer program based on the SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) algorithm has been developed. Numerical solutions of the conservation equations of mass and momentum, together with the standard k- $\epsilon$  turbulence model, are obtained using an iterative numerical solution technique. Near the solid boundary, wall-functions are employed. Numerical computations for radial profiles of axial velocity, turbulence kinetic energy, turbulence kinetic energy dissipation rate, effective viscosity, axial variation of centre-line velocity and wall-shear stress distribution along axisymmetric pipe flow geometry are presented and compared with experimental measurements. The results of numerical computations are generally in good agreement with experimental measurements.

### ÖZET

Bu orijinal araştırma, iki farklı Reynolds sayısı için dairesel kesitli borularda sürekli, sıkıştırılamayan ve eksenel simetrik gelişen türbülanslı akışın kapsamlı bir çalışmasının sayısal hesaplama sonuçlarını takdim etmektedir. Sonlu hacim yöntemini kullanarak, SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) algoritmasına dayanan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Standart k- $\epsilon$  türbülans modeliyle beraber, süreklilik ve momentum korunum denklemlerinin sayısal çözümleri, iteratif bir sayısal çözüm tekniğini kullanarak sağlanmıştır. Katı cidar yakınında cidar fonksiyonları kullanılmıştır. Dairesel kesitli borularda çeşitli eksenel kesitlerde, eksenel hız, türbülans kinetik enerji, türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı, efektif viskozite radyal profilleri, boru simetri eksenine boyunca simetri eksenine üzerindeki eksenel hızın değişimi ile boru cidarı boyunca cidar kayma gerilmesinin dağılımı için sayısal hesaplamalar sunulmuş ve deneysel ölçümlerle karşılaştırılarak incelenmiştir. Sayısal hesaplamaların sonuçları deneysel ölçümlerle genel olarak iyi uyum göstermektedir.

### GİRİŞ

Dairesel kesitli borularda gelişen türbülanslı akış temel akış çalışmalarından birisidir. Bu akış esas itibarıyla girişte sınır-tabaka tipi bir akıştan, akış yönünde aşağı akışta tamamiyle gelişmiş bir akışa geçiştir. Giriş bölgesindeki serbest akış sınır-tabaka tarafından tamamiyle çevrilmiştir. Bu tabaka, laminar ve türbülans mekanizmaları vasıtasıyla momentumun

yayınımı sayesinde boru girişinden artan uzunlukla kalınlıkça büyür. Kalınlıkça genişleyen sınır-tabaka serbest akışı hızlandırmakta ve sonunda sınır-tabaka kendisiyle birleştikten sonra, serbest akış kendi özelliğini kaybeder. Serbest akışın kaybolması akabinde, akış tamamıyla gelişmiş duruma ulaşmaya kadar hız dağılımında ve türbülansın yapısında daha başka değişiklikler oluşur. Dairesel kesitli borularda gelişen türbülanslı akış mühendislik alanında geniş bir uygulamaya sahiptir. Borularda gelişen türbülanslı akışın davranışının ayrıntılı doğasını hesaplayabilme becerisi, gelişmiş mühendislik teçhizatı tasarımına yol açacaktır. Pratikte türbülanslı boru akışına en çok; uzun boru hatlarında çeşitli sıvı ve gazların taşınmasında, ısı değiştiricilerinde, elektrik jeneratörlerinin soğutma kanallarında, yanma odaları sistemlerinde ve iklimlendirme ile ısıtma sistemlerinde rastlanılır. Literatürde dairese kesitli borularda türbülanslı akış üzerine pek çok deneysel ve teorik çalışmalar yapılmıştır. En çok ilgi çekici çalışmalar arasında olanlar [1]-[10] çalışmalarıdır. Bu araştırmanın ana amacı, dairese kesitli borularda sürekli, sıkıştırılamayan ve eksenel simetrik gelişen türbülanslı akış için, standart k-ε türbülans modelini [11] cidar fonksiyonları sınır koşuluyla beraber kullanarak, kapsamlı sayısal hesaplamalar yapmak ve sayısal hesaplamaların sonuçlarını Richman ve Azad [1] ile Schildknecht ve diğerleri'nin [2] deneysel ölçümleriyle karşılaştırmak ve incelemektir.

## MATEMATİKSEL VE FİZİKSEL MODEL

### Hareket Denklemleri ve Türbülans Modeli

Şekil 1'e ilişkin olarak, dairese kesitli eksenel simetrik borularda sürekli, sıkıştırılamayan türbülanslı akışın hesaplanmasında kullanılan matematiksel ve fiziksel model, akışı yöneten hareket denklemlerinin türbülans modeli denklemleriyle beraber aynı anda çözümünü gerektirmektedir. Süreklilik, momentum, türbülans kinetik enerji ve türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı korunumunu gösteren taşınım denklemleri, sürekli durum ve eksenel simetrik silindirik koordinatlarda genel bir diferansiyel denklem halinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = S_{\phi} \quad (1)$$

Burada,  $\phi$  ; u, v, k ve ε bağımlı değişkenleri göstermektedir. u ve v değişkenleri eksenel ve radyal hız bileşenleridir. k ve ε sırasıyla türbülans kinetik enerji ve türbülans kinetik enerji kaybolma miktarıdır.  $\Gamma_{\phi}$  ve  $S_{\phi}$  sırasıyla genel değişken  $\phi$  için türbülans yayılım katsayısı ve kaynak terimidir,  $\rho$  ise akışkanın yoğunluğudur. Eğer  $\phi$  bire,  $\Gamma_{\phi}$  ve  $S_{\phi}$  sıfıra eşitlenirse (1) denklemi süreklilik denkleminde indirgenir. Bu çalışmada kullanılan türbülans modeli k-ε modelidir [11]. Basınç, basınç düzeltme denkleminde çıkarılmıştır [12]. Taşınım denklemleri, katsayılar ve kaynak terimler Tablo 1'de özetlenmiştir.



Şekil 1. Silindiriksel koordinat sistemi ve dairesel kesitli boru akış geometrisi.

Tablo 1. Hareket denklemleri, katsayılar ve kaynak terimler.

$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
1	0	0
u	$\mu_e = \mu + \mu_t$	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_e \frac{\partial v}{\partial x} \right)$
v	$\mu_e$	$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_e \frac{\partial v}{\partial r} \right) - 2 \mu_e \frac{v}{r^2}$
k	$\frac{\mu_e}{\sigma_k}$	$G - \rho \varepsilon$
$\varepsilon$	$\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon}$	$\frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon)$

- Not :
1.  $\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$
  2. Türbülans modeli sabitlerine aşağıdaki değerler verilmiştir (Launder and Spalding, 1974):  
 $C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$
  3.  $G = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}$

### Sınır Koşulları

Şekil 1'e ilişkin olarak, incelenen dairesel kesitli borularda türbülanslı akış için sınır koşulları aşağıda sunulmuştur. Bütün sayısal hesaplamalar eşdeğer sınır koşulları kullanılarak yapılmıştır. Boru girişinde, tüm büyüklükler için düzgün bir profil kabul edilmiştir. Yani, eksenel hıza (u) ortalama deneysel hız ( $u_b$ ) değeri verilmiş, radyal hız (v) ise sıfır kabul edilmiştir. k ve  $\varepsilon$  türbülans büyüklüklerine düzgün giriş değerleri vermek için ampirik bağıntılar kullanılmıştır. Yani,  $k = (0.0015 - 0.002) u_b^2$  ve  $\varepsilon = (C_\mu k^{3/2} / 0.03R)$ , burada  $u_b$  borudaki ortalama deneysel hızdır, R ise borunun yarıçapıdır. Boru çıkışında, tamamıyla gelişmiş akış koşullarının hüküm sürdüğünün kabul edilebilmesi için, boru çıkış düzlemi giriş düzleminden çok uzakta alınmıştır. Yani, çıkış düzleminde radyal hız sıfır kabul edilmiş ve bağımlı değişkenlerin akış yönündeki tüm gradyanlarının sıfır olduğu varsayılmıştır. Boru ekseninde simetri kabul edilmiştir. Yani,  $(\partial \phi / \partial r) = v = 0$ ,  $\phi$  burada u, k ya da  $\varepsilon$  olabilir. Boru cidarında hız bileşenleri u, v ile türbülans büyüklükleri k ve  $\varepsilon$  sıfıra eşit kılınmıştır. Katı cidar yakınındaki ağ noktalarında k ve  $\varepsilon$ 'nin değerleri Launder ve Spalding'in [11] cidar fonksiyonları kullanılarak hesaplanmıştır. Sayısal ırsamaya neden olmamak için başlangıç değerleri tüm hesaplama alanı boyunca uygun olarak belirtilmiştir.

### Sayısal Çözüm Yöntemi

Bu sayısal araştırmada, sonlu hacim yaklaşımı kullanarak, Patankar'ın [12] SIMPLE algoritmasına dayanan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. (1) eşitliğiyle verilen kısmi diferansiyel denklemleri hibrit yöntemiyle bir kontrol hacme dayanan sonlu fark metoduyla ayrıştırılmıştır. Sınır koşullarıyla bağımlı olarak kısmi diferansiyel denklemlerin sonlu

hacim biçimleri, üç köşegenli matris formuyla birlikte, kolon-kolon çözüm yöntemini kullanarak iteratif olarak çözülmüştür, Spalding [13].

### Hesaplama Ayrıntıları

Sayısal hesaplamalar Pentium 4 CPU 1.60 GHz kişisel bilgisayarında yapılmıştır. Richman ve Azad'ın [1] akış durumu için kullanılan sayısal ağ dağılımı Şekil 2'de gösterilmiştir. Kullanılan sayısal ağlar boru cidarı yakınında, giriş bölgesinde ve simetri eksenini bölgesinde yoğun ağ çizgileri konsantrasyonu düzgün olmayan bir şekilde oluşturulmuştur. Tüm akış durumları için optimum ağ-bağımsız bir çözüm elde etmek için farklı ağ büyüklükleriyle ağ testleri yapılmıştır. Bu çalışmada sunulan tüm hesaplamalar ağ-bağımsızdır. Eksenel ve radyal hız bileşenleri için kaydırılmış kontrol hacimler kullanılmıştır. Diğer tüm ilgili büyüklükler ağ noktalarında hesaplanmıştır. Yakınsamış bir çözüm elde etmek için kolon-kolon yöntemi iteratif olarak kullanılmıştır. Sayısal kararlılık elde etmek için  $u$ ,  $v$ ,  $k$ ,  $\varepsilon$ ,  $P$  ve  $\mu_c$  için sırasıyla 0.6, 0.6, 0.8, 0.8, 0.5 ve 0.5 gevşetme faktörleri kullanılmıştır. Buradaki hesaplamalarda benimsenen yakınsama ölçütü, tüm hesaplama alanında kalıcı kütlelerin mutlak değerlerinin toplamı önceden belirtilen  $10^{-5}$  değerinden daha küçük olması durumunda iterasyonların bitirilmesi ölçütüdür. Tablo 2 tüm akış durumları için hesaplama gereksinimlerinin ayrıntılarını özetlemektedir. Bu tabloda  $N$  yakınsamış bir çözüm elde etmek için yapılmış olan iterasyonların sayısıdır.  $T$  ise cpu saniye cinsinden zaman ve  $T/N$  de iterasyon sayısı başına zamandır.

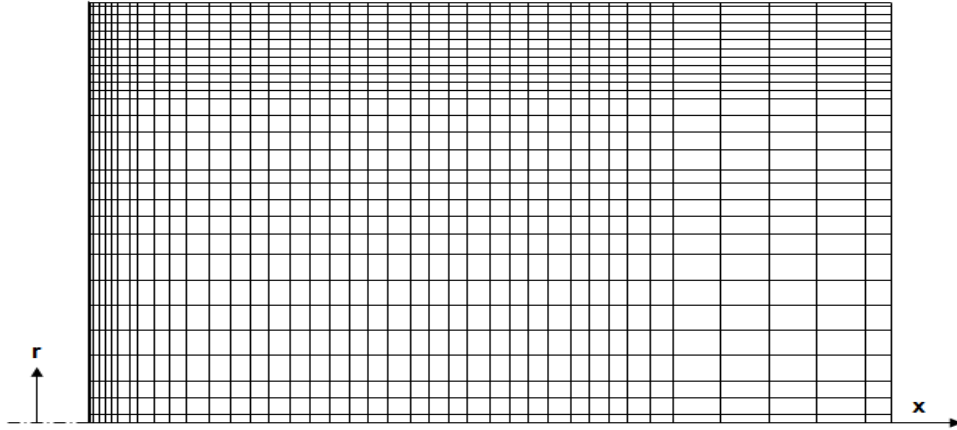
Tablo 2. Akış durumu, Reynolds sayısı, ağ büyüklüğü, cpu zamanı ve iterasyon sayısı.

Akış Durumu	Re	Ağ Büyüküğü ( $\times$ ) $\times$ ( $r$ )	T cpu zamanı (saniye)	N	T / N
Richman ve Azad [1]	200 000	$40 \times 30$	3.09375	214	0.014456
Schildknecht ve diğerleri [2]	17 250	$40 \times 30$	7.84375	547	0.0143395

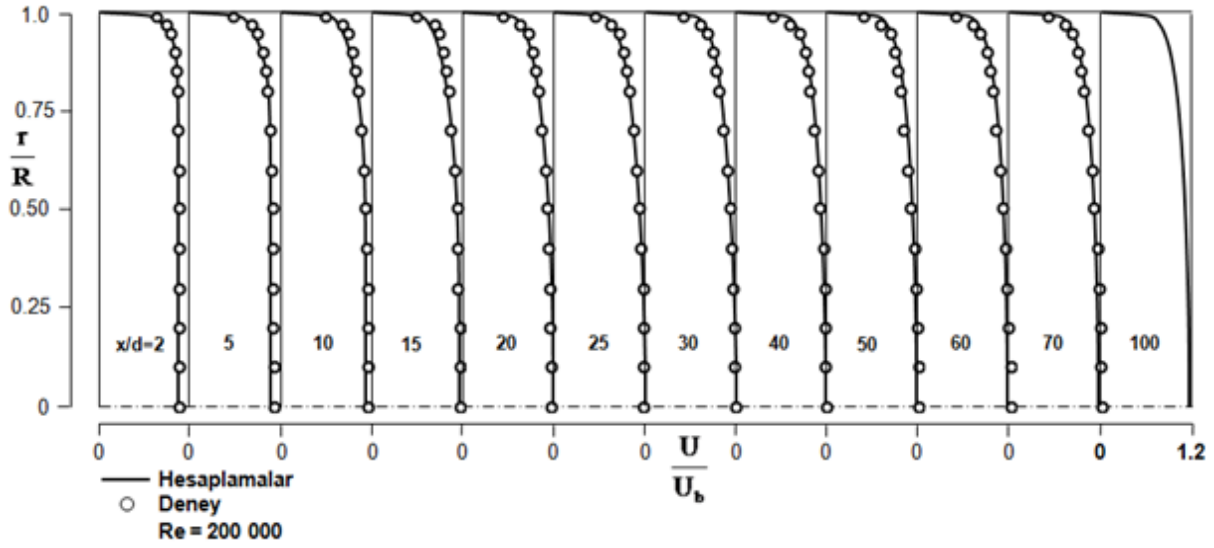
### BULGULAR VE TARTIŞMA

Buradaki sayısal çalışmada hesaplamalar, dairesel kesitli borularda gelişen türbülanslı akış için iki farklı Reynolds sayılarında yapılmış ve sonuçlar Richman ve Azad [1] ile Schildknecht ve diğerleri'nin [2] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılmıştır. İlk önce, çalışma akışkanı olarak hava kullanılan boruda, Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleri hesaplamalarla karşılaştırmaya temel esas teşkil etmek üzere birinci olarak seçilmiştir. Borudaki akışın Reynolds sayısı  $Re=2 \times 10^5$ 'dir ( $Re=u_b d/\nu$ , burada  $u_b$  borudaki ortalama hızdır). Dairesel kesitli boruda sayısal hesaplama alanı, boru giriş düzleminden aşağı akışta 100 boru çapındaki ( $d$ ) bir eksenel uzunluğa kadar uzatılmıştır. Şekil 2'de Richman ve Azad'ın [1] akış durumu için kullanılan sayısal ağ dağılımı sunulmuştur. Hesaplanan eksenel hız radyal profilleri, boru boyunca boyutsuz olarak  $u/u_b$  ve radyal uzunluk  $r/R$  cinsinden,  $x/d=2, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70$  ve 100 eksenel kesitlerde, Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleriyle beraber, Şekil 3'de karşılaştırılmıştır. Şekilden görüldüğü gibi, hesaplanan eksenel hız radyal profilleri karşılıkları olan deneysellerle çok iyi uyumdadır. Bundan başka bu şekil, boru boyunca eksenel hız radyal profillerinin kesit karşısında nasıl geliştiklerini de göstermektedir. Boruda hesaplanan radyal eksenel hız profili ayrıyeten, boyutsuz olarak  $u/u_c$  ve radyal uzunluk  $r/R$  cinsinden  $x/d=70$  eksenel kesitinde, Richman ve Azad'ın [1] deneysel bulgularıyla Şekil 4'de karşılaştırılmıştır. Burada eksenel hız, simetri eksenini üzerindeki hız ( $u_c$ ) ile boyutsuzlaştırılmıştır. Şekilden görüldüğü üzere, hesaplanan hız

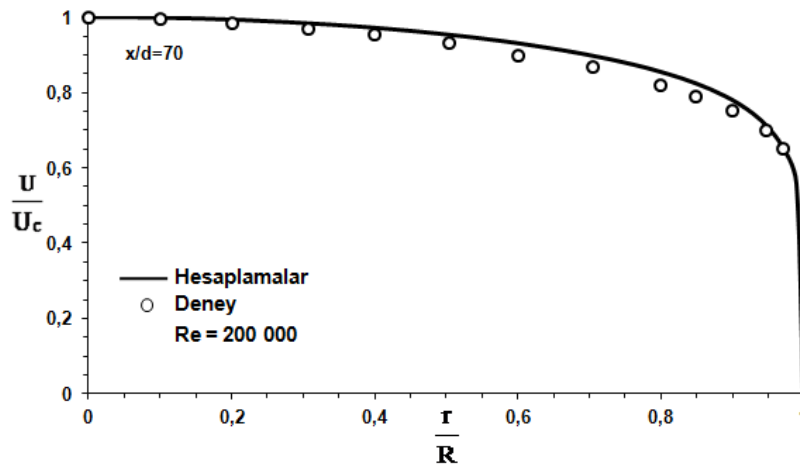
profili deneysel bulgularla çok iyi bir uyum göstermektedir. Boru boyunca hesaplanan eksenel hızın değişimi,  $r/R=0, 0.6, 0.85, 0.97$  ve  $0.99$  gibi sabit radyal mesafelerde, Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleriyle birlikte Şekil 5'de takdim edilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere, hesaplamalar deneysel ölçümlerle aynı trendi izlemekte olup oldukça iyi bir uyum vermektedir. Hesaplanan simetri eksen hızının ( $u_c$ ) eksenel değişimi, boyutsuz olarak  $u_c/u_b$  ve eksenel uzunluk  $x/d$  cinsinden Şekil 6'da çizilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere, simetri eksen hızı ( $u_c$ ), önce kendi maksimum değerine erişinceye kadar artmakta, daha sonra da hafif şekilde azalarak aşağı akışta takriben  $x/d=52$  kesitinde tamamıyla gelişmiş değerine erişmekte ve ondan sonra da simetri eksen boyunca sabit kalmaktadır. Şekil 7, 8 ve 9 Richman ve Azad'ın [1] akış borusu boyunca, sırasıyla, hesaplanan türbülans kinetik enerji, türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı ve efektif viskozite radyal profillerini, Şekil 3'deki gibi aynı eksenel kesitlerde göstermektedir. Burada, hesaplanan profiller, sırasıyla, ortalama hızın karesi  $u_b^2$ , akış alanındaki maksimum türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı  $\varepsilon_{\max}$  ve maksimum efektif viskozite  $\mu_{\max}$  ile boyutsuz kılınmıştır. Bu şekiller, boyutsuz türbülans kinetik enerji, türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı ile efektif viskozite radyal profillerinin akış borusu boyunca nasıl geliştiklerini gözönüne sermektedir. Son olarak, boru cidarı boyunca hesaplanan cidar kayma gerilmesinin dağılımı boyutsuz olarak  $\tau_w/\tau_{wd}$  ve eksenel uzunluk  $x/d$  cinsinden Şekil 10'da sergilenmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, bu akış durumu için hesaplanan cidar kayma gerilmesinin tamamıyla gelişmiş değeri ( $\tau_{wd}$ ) yaklaşık olarak  $x/d=78.8$  kesitinde elde edilmiştir. Bu kesitten sonra, cidar kayma gerilmesi tamamıyla sabit kalmaktadır.



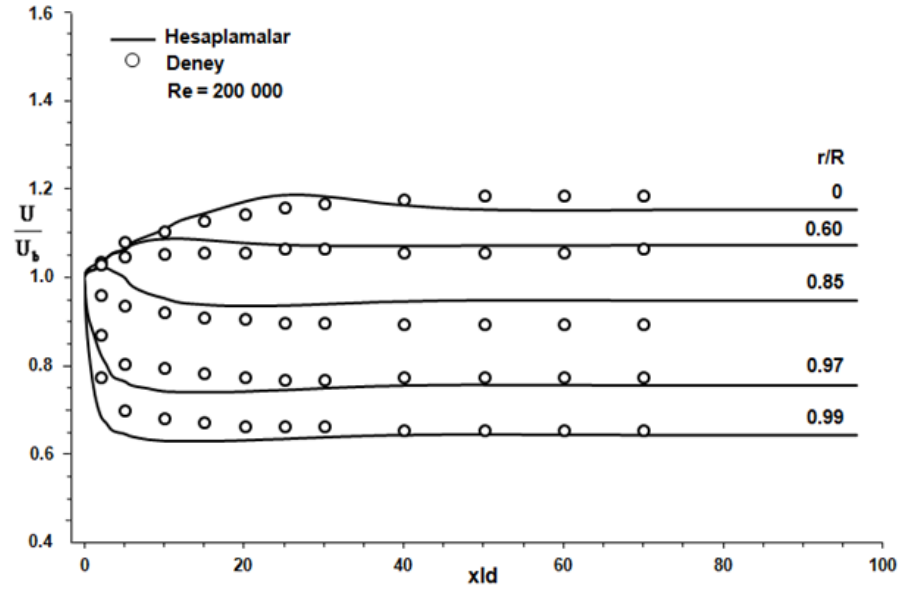
Şekil 2. Richman ve Azad'ın [1] dairesel kesitli akış borusu için sayısal ağ dağılımı.



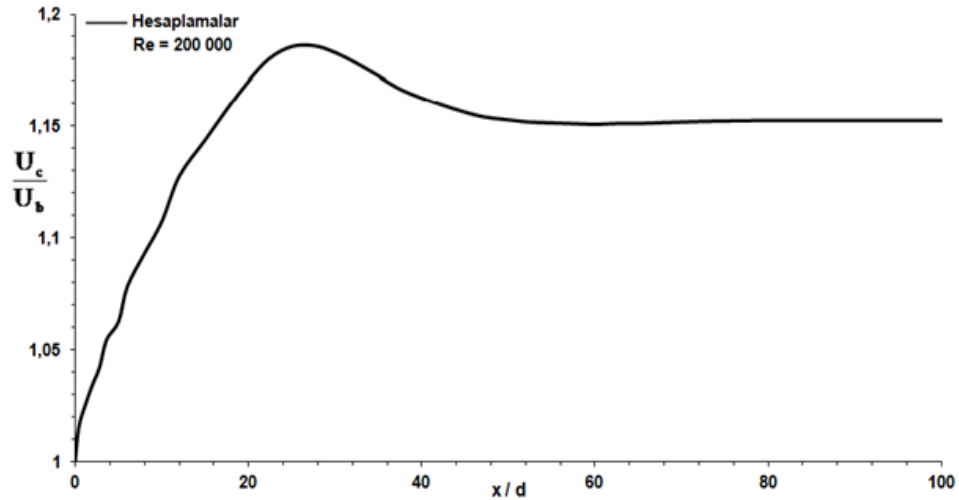
Şekil 3. Boru boyunca hesaplanan boyutsuz eksenel hız radyal profillerinin Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması.



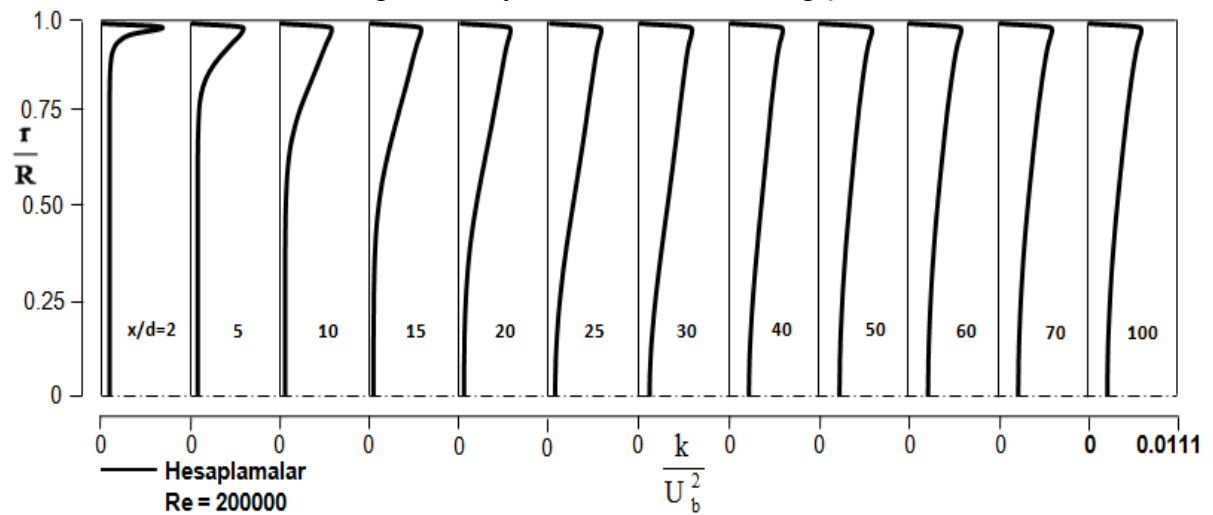
Şekil 4. Boruda  $x/d=70$  kesitinde hesaplanan radyal eksenel hız profilinin Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması.



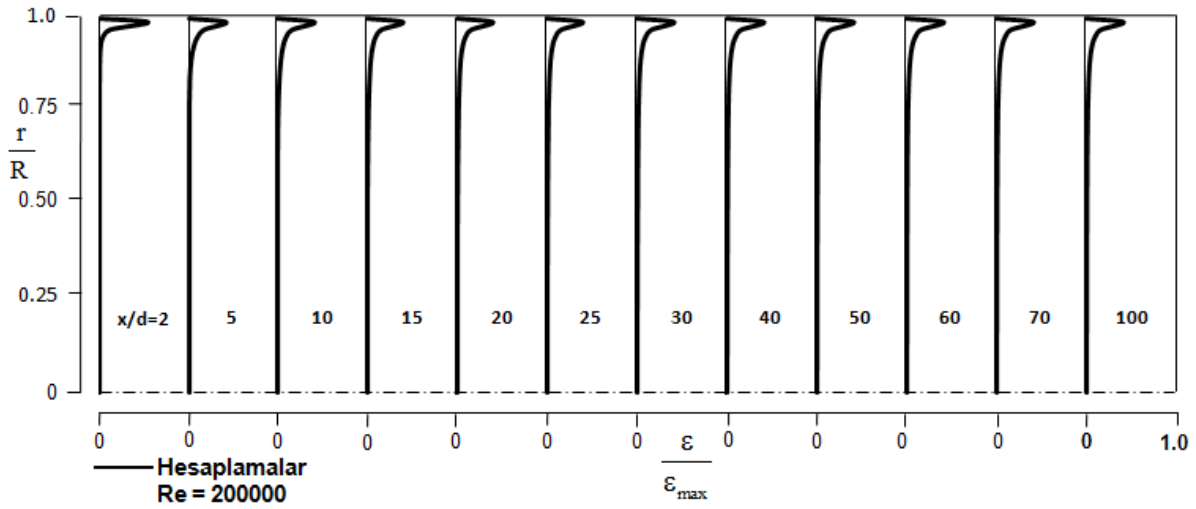
Şekil 5. Boru boyunca hesaplanan boyutsuz eksenel hız değişiminin Richman ve Azad'ın [1] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması.



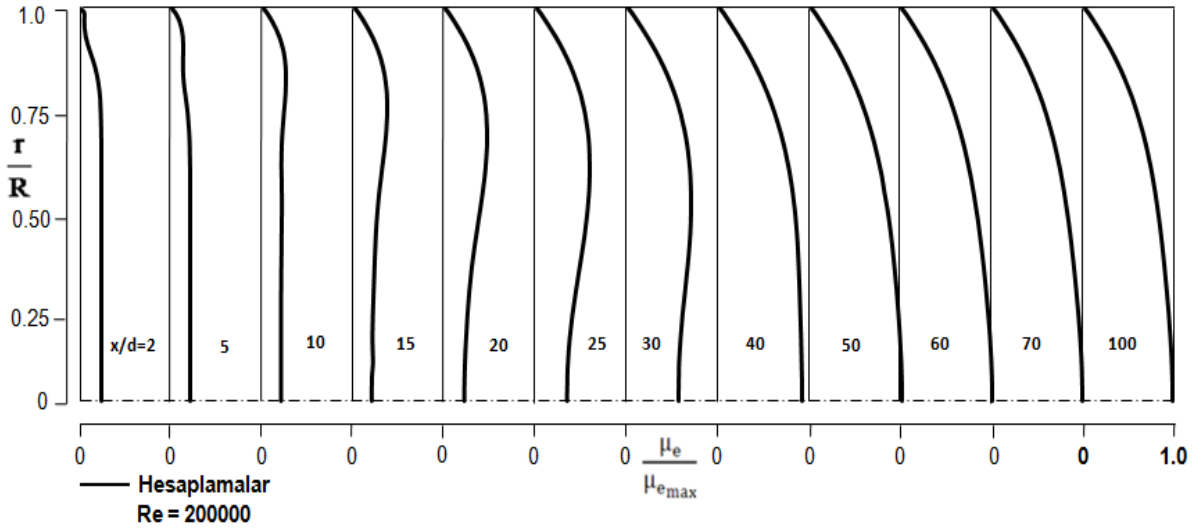
Şekil 6. Richman ve Azad'ın [1] dairesel kesitli akış borusu boyunca simetri ekseninde hesaplanan boyutsuz eksenel hızın değişimi.



Şekil 7. Richman ve Azad'ın [1] akış borusu boyunca hesaplanan boyutsuz türbülans kinetik enerji radyal profilleri.

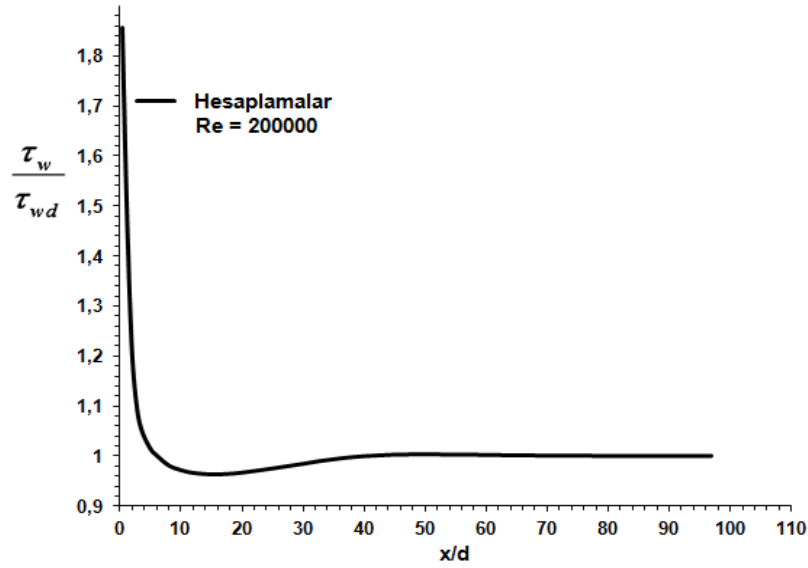


Şekil 8. Richman ve Azad'ın [1] akış borusu boyunca hesaplanan boyutsuz türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı radyal profilleri.



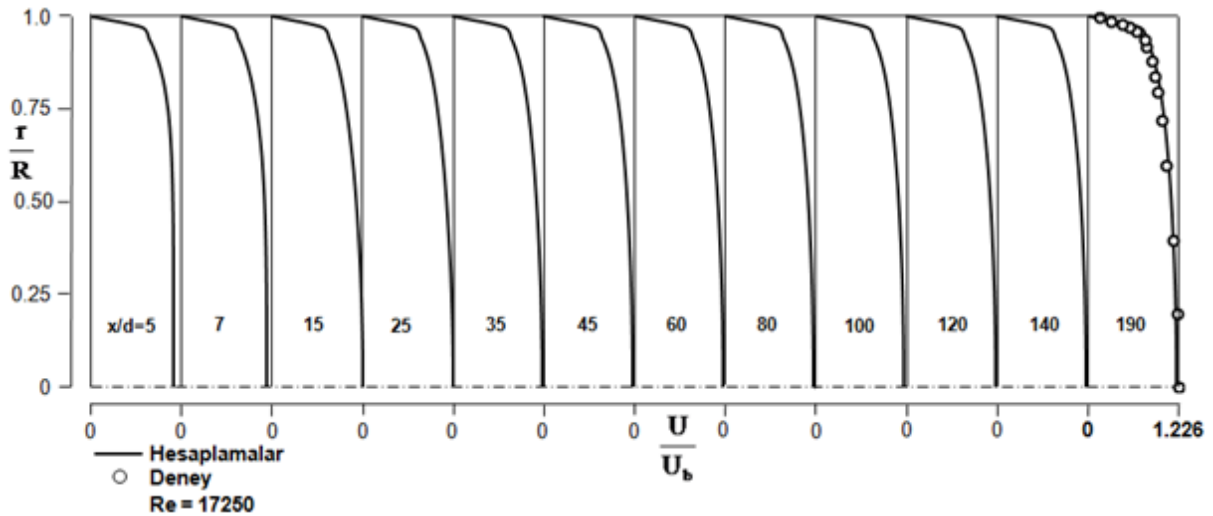
Şekil 9. Richman ve Azad'ın [1] akış borusu boyunca hesaplanan efektif viskozite radyal profilleri.



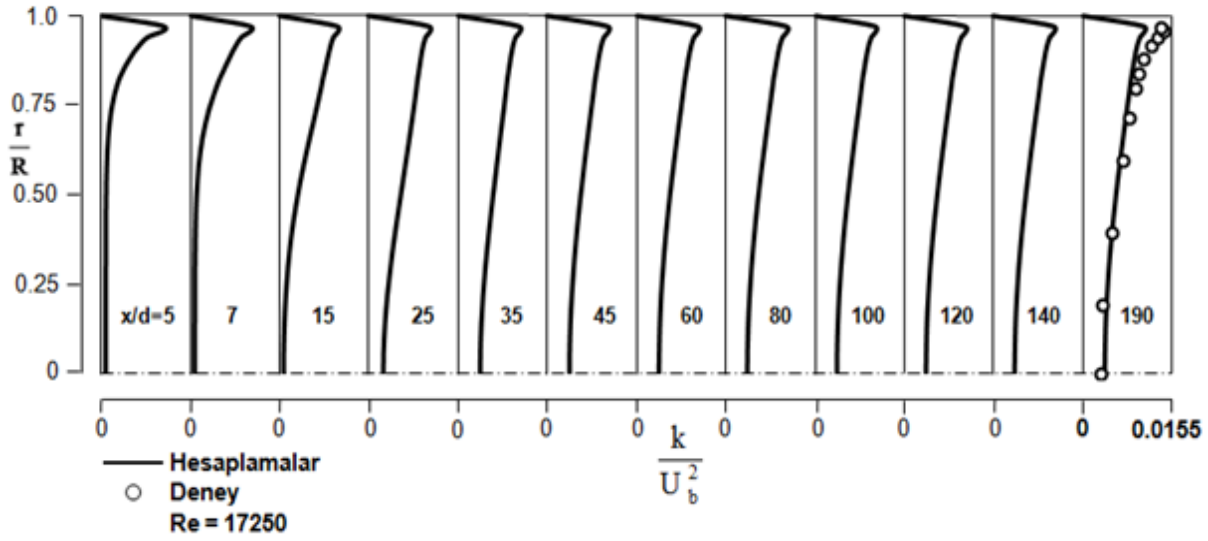


Şekil 10. Richman ve Azad'ın [1] dairesel kesitli akış borusu boyunca hesaplanan boyutsuz cidar kayma gerilmesinin dağılımı.

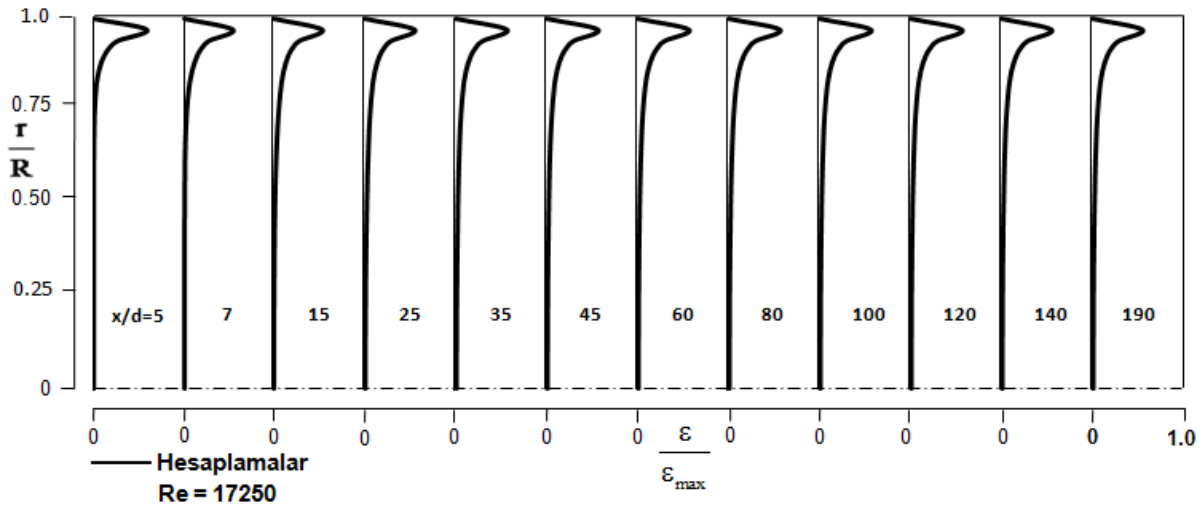
İkinci akış geometrisi, çalışma akışkanı olarak hava kullanan Schildknecht ve diğerleri'nin [2] tamamıyla gelişmiş türbülanslı boru akışı deneyine karşılık olmaktadır. Bu akış için Reynolds sayısı  $Re=17250$ 'dir ( $Re=U_b d/\nu$ ). Bu akış durumu için hesaplama alanı, boru girişinden aşağı akışta 190 boru çapına kadar olan bir eksenel uzunluğa uzatılmıştır. Boru boyunca hesaplanan eksenel hız radyal profilleri ve bunların Schildknecht ve diğerleri'nin [2] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması, boyutsuz olarak  $U/U_b$  ve radyal uzunluk  $r/R$  cinsinden,  $x/d=5$ 'den 190'a kadar değişen 12 eksenel kesitte Şekil 11'de takdim edilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere,  $x/d=190$  eksenel kesitinde hesaplanan eksenel hız radyal profili deneysel ölçümlerle iyi uyumdadır. Şekil 12 ise, türbülans kinetik enerji radyal profillerini boyutsuz olarak  $k/U_b^2$  ve radyal uzunluk  $r/R$  cinsinden aynı eksenel kesitlerde göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi,  $x/d=190$  eksenel kesitinde hesaplanan türbülans kinetik enerji radyal profili karşılığı olan deneysel profile makul bir uyum göstermektedir. Bu şekil aynı zamanda türbülans kinetik enerji radyal profillerinin boru boyunca kesit karşısında nasıl geliştiklerini de gözönüne sermektedir.



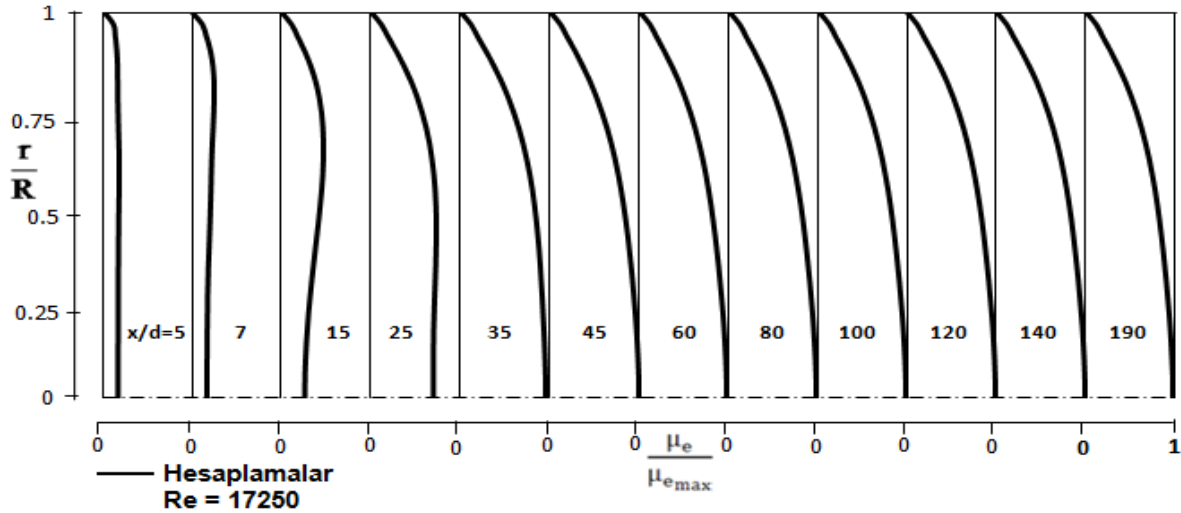
Şekil 11. Boru boyunca hesaplanan boyutsuz eksenel hız radyal profillerinin Schildknecht ve diğerleri'nin [2] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması.



Şekil 12. Boru boyunca hesaplanan boyutsuz türbülans kinetik enerji radyal profillerinin Schildknecht ve diğerleri'nin [2] deneysel ölçümleriyle karşılaştırılması.



Şekil 13. Schildknecht ve diğerleri'nin [2] akış borusu boyunca hesaplanan boyutsuz türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı radyal profilleri.



Şekil 14. Schildknecht ve diğerleri'nin [2] akış borusu boyunca hesaplanan boyutsuz efektif viskozite radyal profilleri.

Şekil 13 ve 14, Schildknecht ve diğerleri'nin [2] akış borusu boyunca, sırasıyla, hesaplanan türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı ile efektif viskozite radyal profillerini, Şekil 11'deki gibi aynı eksenel kesitlerde sergilemektedir. Burada hesaplanan profiller, sırasıyla, akış alanındaki maksimum türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı  $\varepsilon_{\max}$  ve maksimum efektif viskozite  $\mu_{e_{\max}}$  ile boyutsuz kılınmıştır. Bu şekiller, boyutsuz türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı ile efektif viskozite radyal profillerinin boru boyunca kesit karşısında nasıl geliştiklerini göstermektedir.

## SONUÇLAR

Bu araştırmanın sayısal hesaplamalarından çıkarılan başlıca ana sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir. Dairesel kesitli borularda gelişen türbülanslı akış iki farklı Reynolds sayısı için standart k- $\varepsilon$  türbülans modelini kullanarak sayısal olarak hesaplanmıştır. Sonlu hacim yöntemini kullanarak, Patankar'ın [12] SIMPLE algoritmasına dayanan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. İki farklı dairesel kesitli borulardaki türbülanslı akış için standart k- $\varepsilon$  türbülans modelinin performansı araştırılmıştır. k- $\varepsilon$  türbülans modeline dayanan eksenel hız, türbülans kinetik enerji, türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı, efektif viskozite ve cidar kayma gerilmesi dağılımları boru boyunca hesaplanmış, literatürde bildirilen deneysel ölçümlerle ayrıntılı olarak karşılaştırılmış ve genel olarak iyi uyumda oldukları bulunmuştur.

## KAYNAKLAR

- [1] J. W. Richman, R. S. Azad, Developing turbulent flow in smooth pipes, *Appl. Sci. Res.* 28 (1973) 419-441.
- [2] M. Schildknecht, J. A. Miller, G. E. A. Meier, The influence of suction on the structure of turbulence in fully developed pipe flow, *J. Fluid Mech.* 90 (1979) 67-107.
- [3] A. J. Barbin, J. B. Jones, Turbulent flow in the inlet region of a smooth pipe, *J. Basic Engrg., Trans. ASME.* 29 (1963) 29-34.
- [4] J. M. J. den Toonder, F. T. M. Nieuwstadt, Reynolds number effects in turbulent pipe flow for low to moderate Re, *Phys. Fluids.* 9 (1997) 3398-3409.
- [5] J. G. M. Eggels, F. Unger, M. H. Weiss, J. Westerweel, R. J. Adrian, R. Friedrich, F. T. M. Nieuwstadt, Fully developed turbulent pipe flow: A comparison between direct numerical simulation and experiment, *J. Fluid Mech.* 268 (1994) 175-209.
- [6] K. Kikuyama, M. Murakami, K. Nishibori, Development of three-dimensional turbulent boundary layer in an axially rotating pipe, *J. of Fluids Eng.* 105 (1983) 154-160.

- [7] T. Karasu, P. R. Choudhury, M. Gerstein, Upwind ve hybrid diskritizasyon metotları ile k- $\epsilon$  türbülans modelini kullanarak bazı türbülanslı akışların hesaplanması, *Doğa Bilim Dergisi*. 9 (B) (1985) 218-234.
- [8] T. Karasu, Numerical computation of turbulent flow in pipes, *Doğa-Tr. J. of Engineering and Environmental Sciences*. 17 (1993) 29-38.
- [9] T. Karasu, Numerical prediction of turbulent flow in circular pipes: 9<sup>th</sup> International Conference on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, Atlanta, Georgia, USA, 1995: Proceedings Book, Vol. 9, Part 2, pp. 1329-1339.
- [10] T. Karasu, *Numerical prediction of incompressible turbulent swirling flows in circular-sectioned ducts and annuli*, Ph.D. Thesis, University of London, 1980.
- [11] B. E. Launder, D. B. Spalding, The numerical computation of turbulent flows, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 3 (1974) 269-289.
- [12] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Chapters 5 and 6, 79-138, Hemisphere, McGraw-Hill, Washington, DC, 1980.
- [13] D. B. Spalding, A general-purpose computer program for multi-dimensional one-and-two phase flow, *Math. Comput. Simulation*. XXIII (1981) 267-276.